

Gyakorló feladatsor 11. osztály

Hatvány, gyök, logaritmus

1. Számológép használata nélkül add meg az alábbi kifejezések pontos értékét!

a) $3^{-1} =$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$

b) $5^{-3} =$

f) $27^{\frac{2}{3}} =$

c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} =$

g) $9^{\frac{3}{2}} =$

d) $9^{0,5} =$

2. Számológép használata nélkül dönts el, hogy melyik szám nagyobb!
Válaszod indokold!

$\sqrt[4]{2}$ vagy $\sqrt[5]{3}$

3. Számítsd ki!

a) $(2\sqrt{75} + \sqrt{147} - \sqrt{48}) \cdot 5\sqrt{2} =$

b) $\sqrt[5]{7 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{7 + \sqrt{17}} =$

4. Hozd egyszerűbb alakra!

a) $\frac{\sqrt{a^{-3}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{a}} \cdot a^{\frac{5}{6}}}{a^{-\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{3}{4}} \cdot (\sqrt[8]{a})^3} : \frac{\sqrt[12]{a}}{\sqrt{a^{-7}}} =$

b) $\frac{45^3 \cdot 27^3}{405^3} =$

c) $\frac{(b^3 \cdot b)^{-2}}{(b^4)^{-5} \cdot (b^3 \cdot b^4)^2} =$

d) $\frac{27^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{3^{-3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}}}{81^{\frac{5}{6}}} =$

e) $\sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x^7}} =$

Gyakorló feladatsor 11. osztály

5. Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$\log_2 64 =$	$\log_2 \frac{1}{2} =$	$\log_6(-36) =$	$\lg 0,001 =$
$\log_9 3 =$	$\log_{11} 1 =$	$\log_5 0,2 =$	$\log_6 0 =$

6. Határozd meg a következő kifejezések pontos értékét!

a) $10^{1-4\lg 3} =$ b) $25^{\log_5 3} =$ c) $5^{\log_5 3 + \log_5 2} =$ d) $81^{1+\log_3 2} =$

e) $2 \cdot \lg 2 + \lg 18 + 3 \cdot \lg 5 - 2 \cdot \lg 3 =$

7. Határozd meg x értékét!

a) $\log_8 x = -\frac{1}{3}$

b) $\log_x \frac{49}{25} = 2$

c) $\log_4 32 = x$

d) $\log_7 x = \frac{2}{3} \log_7 8 + 2 \cdot \log_7 5 - \frac{1}{3} \log_7 27$

8. Hol értelmezhető a következő kifejezés?

$$\log_a(2x-3)$$

Exponenciális- és logaritmus függvények

1. Ábrázold és jellemezd a következő függvényt: $x \rightarrow \frac{1}{4} \cdot 2^{x+1} - 2$

2. Ábrázold és jellemezd a következő függvényt: $x \rightarrow 6 \cdot 3^{x-1} - 2$

3. Ábrázold és jellemezd a következő függvényt: $x \rightarrow \log_3(x-2) - 1$

4. Ábrázold és jellemezd a következő függvényt: $x \rightarrow \log_2(x+3) - 1$

Gyakorló feladatsor 11. osztály

Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

Alapegyenletek (közös alpra hozás)

1. $4^{2x} = -\frac{1}{4}$

2. $\left(\frac{5}{3}\right)^{x+2} = 0$

3. $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x-2} = 27$

4. $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-4} = 32$

5. $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-4} = 1$

6. $2^{3x+1} = \frac{1}{4}$

7. $\left(\frac{2}{5}\right)^{3x+4} = 0$

8. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+6} = 81$

9. $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-6} = 1$

10. $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+8} = 16$

11. $9^{5-2x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x}$

12. $\left(\frac{3}{5}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{3}\right)^{7x-3}$

13. $\left(\frac{25}{9}\right)^{2-x} = \left(\frac{3}{5}\right)^{x+1}$

14. $\left(\frac{8}{27}\right)^{x+2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{1-x}$

15. $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$

16. $\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2x} = \left(\frac{1}{8}\right)^{2x-1}$

17. $\left(\frac{9}{4}\right)^{2x-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3x-7}$

18. $\left(\frac{8}{125}\right)^{x+2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{1+2x}$

19. $\left(\frac{8}{27}\right)^{3x+4} = \left(\frac{9}{4}\right)^{3-2x}$

20. $\left(\frac{125}{8}\right)^{5x-7} = \left(\frac{4}{25}\right)^{14-2x}$

21. $2^{3x^2-1} = 4^x$

22. $\sqrt[4]{7^x} = \sqrt[5]{343}$

23. $\sqrt{2^x} \sqrt{5^x} = 100$

24. $2^{\sqrt{x+1}} = \left(\frac{1}{32}\right)^{-1}$

25. $8^{5x-3} \cdot 8^{-2x+1} = 8^{3x+2} \cdot 8^{-4x+4}$

26. $\sqrt{11^x} = \sqrt[3]{121}$

27. $3^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$

Gyakorló feladatsor 11. osztály

Közös kitevőre hozás:	Másodfokúra vezetők:
<p>28. $2^{x+3} - 2^{x-2} + 2^{x+1} = 39$</p> <p>29. $2 \cdot 3^{x+2} - 42 \cdot 3^{x-1} = 12$</p> <p>30. $3 \cdot 2^{x+1} - 7 \cdot 2^{x-2} = 17$</p> <p>31. $25 \cdot 5^{x+1} + 4 \cdot 5^x + 5^{x-1} = 646$</p> <p>32. $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$</p> <p>33. $2^{x+2} - 2^{x+1} = 12 + 2^{x-1}$</p> <p>34. $4 \cdot 3^{x+1} - 72 = 3^{x+2} + 3^{x+1}$</p> <p>35. $3^{x+2} - 3^{x-3} + 3^{x-1} = 2259$</p> <p>36. $2^{x-2} + 8^{\frac{x}{3}-1} + 4^{\frac{1}{2}x-2} = 10$</p> <p>37. $7^{x+2} - \frac{1}{7} \cdot 7^{x+1} - 14 \cdot 7^{x-1} + 2 \cdot 7^x = 48$</p> <p>38. $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = \frac{40}{3}$</p> <p>39. $3 \cdot 3^{x+3} - 3^{x+2} + 3 \cdot 3^x = 25$</p> <p>40. $7^{x+1} - 6 \cdot 7^x - 5 \cdot 7^{x-1} = 14$</p> <p>41. $3^{x-2} + 6 \cdot 3^{x-1} + 5 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^{x+1} = 30$</p> <p>42. $3^{x-2} + 4 \cdot 3^{x-1} + 5 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^{x+1} = 4$</p>	<p>51. $9^x - 6 \cdot 3^x = 27$</p> <p>52. $10 \cdot 2^x - 4^x = 16$</p> <p>53. $4^{x+\frac{1}{2}} + 31 \cdot 2^{x-1} = 4$</p> <p>54. $9^{x+\frac{1}{2}} + 26 \cdot 3^{x-1} = 1$</p> <p>55. $9^{x-1} - 3^{x+1} + 3^{x-3} = 1$</p> <p>56. $3^{4-x} + 3^{x-1} = 12$</p> <p>57. $5 \cdot 25^x - 2 \cdot 5^{x+1} = 75$</p> <p>58. $33 \cdot 2^{x-1} - 4^{x+1} = 2$</p> <p>59. $3^{5-x} + 3^x = 36$</p> <p>60. $4 \cdot 4^x + 31 \cdot 2^x = 8$</p>
Exponenciális egyenlőtlenségek:	Exponenciális egyenletrendszerek:
<p>67. $3^{2x+7} > 27$</p> <p>68. $\left(\frac{1}{9}\right)^{4-5x} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{4-2x}$</p> <p>69. $5^{8-3x} < 25$</p> <p>70. $2^{3x+1} \geq 4^{x-1}$</p> <p>71. $9^{4-5x} \leq 3^{4-2x}$</p> <p>72. $\left(\frac{1}{3}\right)^{4x-3} \geq 3$</p> <p>73. $\left(\frac{1}{4}\right)^{3x+4} < \frac{1}{64}$</p>	<p>$10^{xy} = 10^{10} \cdot 100^{x+1}$</p> <p>$4 \cdot 2^{2x} = 4^y$</p> <p>$5 \cdot 3^x - 2 \cdot 2^y = 7$</p> <p>$2 \cdot 3^x + 2^y = 10$</p>

Gyakorló feladatsor 11. osztály

Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

1) $2 \cdot \lg x = \lg 16 + \lg 4$

2) $\lg(x-3) + \lg(x-2) = 1 - \lg 5$

3) $\lg(x-9) + \lg(2x-1) = 2$

4) $\lg(x+15)^2 - \lg(3x+5) = \lg 20$

5) $2 \cdot \lg(x+15) - \lg(3x+5) = \lg 20$

6) $\log_3 \log_4 \log_2 X = 1$

Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket!

$$\log_5 x < 1$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(7-x) \geq 0$$

$$\log_{\frac{4}{3}}(5x) \leq \log_{\frac{4}{3}}(x-8)$$

$$2 \cdot \log_{\frac{2}{5}} 3 + \log_{\frac{2}{5}} x \geq 1$$

Oldd meg az alábbi egyenletrendszereket!

a) $5 \cdot \log_2 x - 3 \cdot \log_3 y = 9$

$$2 \cdot \log_2 x + 3 \cdot \log_3 y = 8$$

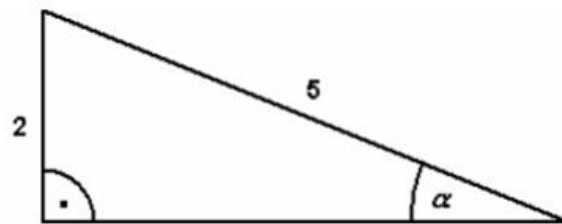
b) $\lg(x+1) + \lg(y-3) = 1$

$$\lg(y-1) - \lg x = 0$$

Gyakorló feladatsor 11. osztály

Trigonometria

1. Egy derékszögű háromszög egyik befogójának hossza 3 cm, a vele szemközti szög $18,5^\circ$. Mekkora a másik befogó? Készítsen vázlatot, és válaszát számítással indokolja!
2. Egy derékszögű háromszög átfogója 4,7 cm hosszú, az egyik hegyesszöge $52,5^\circ$. Hány cm hosszú a szög melletti befogó? Készítsen vázlatot az adatok feltüntetésével! Válaszát számítással indokolja, és egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!
3. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 5 cm, az átfogója 13 cm hosszú. Mekkora a háromszög hegyesszögei? (Válaszát egész fokra kerekítve adja meg!)
4. Számítsa ki az α szög nagyságát az alábbi derékszögű háromszögben!



5. A táblázat egy-egy sora egy-egy háromszög adatait tartalmazza a szokásos jelölésekkel (az oldalak mértéke cm). Számítsd ki a hiányzó adatokat!

	a	b	c	α	β	γ
a)	14	16			57°	
b)			11	$31^\circ 15'$	73°	
c)	13,4	11,7			79°	
d)	5	6		23°		
e)	9				98°	50°

6. A táblázat egy-egy sora egy-egy háromszög adatait tartalmazza a szokásos jelölésekkel (az oldalak mértéke cm). Számítsd ki a hiányzó adatokat!

	a	b	c	α	β	γ
a)	2,4	5	4,2			
b)		10	11	67°		
c)	21	20	29			
d)		15	11		111°	
e)	12		12		60°	

7. Egy háromszög egyik oldala 15 cm, a másik két oldal különbsége 2 cm. A 15 cm-es oldallal szemben lévő szög 139° . Mekkora a háromszög oldalai és szögei?
8. Egy háromszögben adott: $b=14$ cm, $\alpha=63^\circ$, $\gamma=80^\circ$. Mekkora a hiányzó oldalak és a háromszög területe?

Gyakorló feladatsor 11. osztály

9. Milyen hosszú az 5, 7, 10 cm oldalú háromszögben a 7cm-es oldalhoz tartozó súlyvonal hossza?
10. Egy háromszög két oldalának különbsége 10 cm, ezekkel szemközti szögek nagysága 60° és 50° . Határozzuk meg a háromszög oldalait!
11. Egy paralelogramma átlóinak hossza 15 és 20 cm, az általuk bezárt szög 50° . Mekkora a paralelogramma oldalai?
12. Egy háromszög két oldalának aránya 3:2, az általuk bezárt szög 60° , a harmadik oldal 10 cm. Mekkora a háromszög oldalai?
13. Egy paralelogramma oldalai 3 cm és 5 cm, közbezárt szögük 52° . Milyen hosszúak az átlói?

Trigonometrikus egyenletek és függvények

1. Ábrázold az $f(x) = 2 \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$ függvényt és jellemezd!
2. Ábrázold az $f(x) = 2 \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$ függvényt és jellemezd!
3. Oldd meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket:
 - a) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 - b) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - c) $\operatorname{tg} x = -1$
 - d) $5\cos x + 2\sin^2 x = -1$
 - e) $3\sin^2 x = \frac{3}{4}$
 - f) $2 \cdot \sin\left(5x + \frac{\pi}{12}\right) = \sqrt{2}$
 - g) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 - h) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - i) $7\sin x = 2\cos^2 x + 2$

Koordináta-geometria

1. Adott a következő három vektor: $\underline{a}(1;-5)$, $\underline{b}(2;-3)$ és $\underline{c}(4;0)$. Add meg a következőket:

- a) $\underline{a} + \underline{b}$
- b) $\underline{a} - \underline{b}$
- c) $\underline{b} - \underline{c}$
- d) $3\underline{a} + 4\underline{c}$
- e) $3\underline{a} + 2\underline{b} - 5\underline{c}$
- f) $\underline{b} - 2\underline{c}$
- g) \underline{a} hossza
- h) $|\underline{b}|$
- i) $\underline{a} \cdot \underline{b}$
- j) \underline{a} és \underline{b} vektorok által bezárt szög
- k) \underline{a} és \underline{c} vektorok által bezárt szög

2. Adottak az $\underline{a}(6;4)$ és az $\underline{a} - \underline{b} = (11;5)$ vektorok. Add meg a \underline{b} vektort!

3. Adottak az $\underline{a}(10;2)$ és $\underline{a} + \underline{b} = (-5;9)$ vektorok. Add meg a \underline{b} vektort!

Gyakorló feladatsor 11. osztály

4. Adott a következő két vektor: $\underline{a}(4;-8)$ és $\underline{b}(1;x)$. Mennyi x értéke, ha tudjuk, hogy a két vektor merőleges egymásra?

5. feladat

- Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, melynek normálvektora: $\underline{n}(3;-5)$ és egy pontja: $P_0(2;9)$!
- Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, melynek irányvektora: $\underline{v}(-1;-4)$ és egy pontja: $P_0(-2;0)$!
- Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, melynek meredeksége: $m=1$ és egy pontja: $P_0(3;2)$!
- Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, melynek iránytangense: $m=\frac{2}{5}$ és egy pontja: $P_0(4;-2)$!
- Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, melynek irányszöge: $\alpha = 45^\circ$ és egy pontja: $P_0(4;-2)$!
- Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy az $A(2;-8)$ és $B(1;0)$ pontokon!
- Rajta van-e a $2x-5y=7$ egyenletű egyenesen a $P(6;2)$ pont? Válaszod számítással igazold!
- Adott az alábbi egyenes: $3x-y=2$
- Add meg a következőket: \underline{n} , \underline{v} , m , α , és egy pont ami rajta van az egyenesen!
- Egy egyenes egyenlete: $3y=5-4x$
- Add meg az egyenes normálvektorát, irányvektorát, meredekségét, irányszögét!

6. feladat

Tekintsük a koordinátarendszerben adott $A(6; 1)$, $B(-5; 3)$, $C(-2; 0)$ pontokat!

- Mekkora az AC szakasz hossza?
- Írja fel az AB oldalegyenes egyenletét!
- Mekkora szög van a C csúcsnál?
- Írja fel az A csúcsból induló magasságvonal egyenletét!
- Írja fel a C csúcsból kiinduló súlyvonal egyenletét!
- Számolja ki az AB oldallal párhuzamos középvonal hosszát!
- Számítsa ki a háromszög területét!
- Adja meg a háromszög súlypontját!

7. feladat

Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(2;7)$ ponton és párhuzamos a $2x-8y=5$ egyenletű egyenessel!

8. feladat

Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(2;7)$ ponton és merőleges a $2x-8y=5$ egyenletű egyenesre!

9. feladat

Írd fel az AB szakasz felezőmerőlegesének egyenletét, ha $A(4;5)$ és $B(-3;1)$!

10. feladat

Egy kör átmérőjének végpontjai $A(-6; 11)$ és $B(4; -5)$. Írjuk fel a kör egyenletét!

Gyakorló feladatsor 11. osztály

11. feladat

Határozzuk meg a kör középpontjának koordinátáit és sugarát, ha egyenlete:

- a) $x^2 + y^2 - 10x - 4y + 13 = 0$ b) $x^2 + y^2 + 8x + 7 = 0$
c) $2x^2 + 2y^2 + 12x - 6y + 10 = 0$ d) $x^2 + y^2 - 6x + 9 = 0$

12. feladat

Vizsgáljuk meg az $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 10$ egyenletű kör és a $3x+y=20$ egyenletű egyenes egymáshoz viszonyított helyzetét! Ha van közös pontjuk, akkor határozzuk meg koordinátáit!

13. feladat

Egy kör egyenlete $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 70 = 0$.

- a) Határozd meg a középpontját és a sugarát!
b) Hol metszi a kört a $2x + y = 5$ egyenletű egyenes?

14. feladat

Adott az $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 56 = 0$ egyenletű kör és az $x - 8,4 = 0$ egyenletű egyenes.

- a) Számítsa ki a kör és az egyenes közös pontjainak koordinátáit! (6 pont)
b) Mekkora távolságra van a kör középpontja az egyenestől? (5 pont)

15. feladat

Adott a síkon az $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 47 = 0$ egyenletű kör.

- a) Állapítsa meg, hogy az $A(7;7)$ pont illeszkedik-e a körre! (2 pont)
b) Határozza meg a kör középpontjának koordinátáit és a kör sugarát! (5 pont)

16. feladat

Adott az $A(5;2)$ és a $B(-3;-2)$ pont.

- a) Számítással igazolja, hogy az A és B pontok illeszkednek az $x - 2y = 1$ egyenletű e egyenesre! (2 pont)
b) Írja fel az AB átmérőjű kör egyenletét! (5 pont)
c) Írja fel annak az f egyenesnek az egyenletét, amely az AB átmérőjű kört a B pontban érinti! (5 pont)

17. feladat

Adott két kör: az egyik középpontja: $K_1(2;0)$ és sugara: $r_1 = \sqrt{20}$. A másik kör középpontja: $K_2(-7;-3)$ és sugara: $r_2 = \sqrt{50}$. Add meg a két kör metszéspontját (ha van)!